

Co je výroková logika

Výrokem se již od dob staré antiky rozumí věta, která je pravdivá nebo nepravdivá, tj. má pravdivostní hodnotu.

Pravdivostní hodnoty jsou dvě:

- **pravda** (označujeme také **true, 1**)
- **nepravda** (označujeme také **false, 0**)

V úvodním kurzu se nebudeme zabývat větami, které vyhodnocujeme jako napůl pravdivé, nebo pravdivé tak ze dvou třetin, či skoro nepravdivé. Vícehodnotové logiky také existují, to je třeba uvést. My však postupujeme od jednoduššího ke složitějšímu, proto se nyní omezíme pouze na dvouhodnotovou logiku (pravda, nepravda). Také se můžete setkat s pojmem binární logika. Obzvláště pokud jste přívrženci počítačů či elektrotechniky, potkali jste se s binární logikou v praxi. Drátem proud teče nebo neteče. Nic mezi tím. Binární kód pro zapisování programů, kterému rozumí náš počítač uvnitř sebe sama, je sestaven také jen ze samých nul a jedniček (0010 0100 0101 ...).

Jak jsme si již řekli v předchozí kapitole, s některými větami pravdivostní hodnotu spojujeme, s jinými ne. Ve výrokové logice budeme zkoumat pouze ty věty, které mají jednu určitou pravdivostní hodnotu.

Již víme, že pro toto zkoumání je třeba z vět vynechat:

- věty, které nemají žádnou pravdivostní hodnotu (*Kolik je hodin? Běž pro noviny!*)
- věty, kde nemůžeme jednoznačně přiřadit pravdivostní hodnotu (*Já mám radost* – může být pravdivá, i nepravdivá věta, dokonce může nabývat i stavu nelze rozhodnout o pravdivostní hodnotě bez kontextu, bez dalších informací.)
- věty, jejichž pravdivostní hodnota je nerozhodnutelná (*Poslední volby v ČR vyhrála ČSSD* – záleží na čase, kdy je věta vyřčena, jinou pravdivostní hodnotu bude mít, pokud jí vyslovíme v roce 2005 a jinou, pokud jí vyslovíme v roce 2007).

3 principy, které charakterizují systém klasické výrokové logiky: (co lze říci o výrocích a pravdivostních hodnotách?)

PRINCIP DVOU HODNOT

Existují pouze dvě pravdivostní hodnoty {pravda, nepravda}

PRINCIP JEDNOZNAČNOSTI

Každý výrok má právě jednu pravdivostní hodnotu.

PRINCIP EXTENZIONALITY

Výroky jsou vzájemně zaměnitelné, jestliže mají stejnou pravdivostní hodnotu.

Někdy se místo Principu dvou hodnot a Principu jednoznačnosti používá **princip vyloučeného sporu** (není možné, aby jeden a tentýž výrok byl současně pravdivý a nepravdivý), respektive **zákon o vyloučeném třetím** (výrok je buď pravdivý nebo nepravdivý).

Z principu extenzionality vyplývá, že se ve výrokové logice omezíme jen na výroky, jejichž pravdivostní hodnotu lze zjistit pouze a jen z pravdivostních hodnot jejich částí. (tj. na **složené výroky**)

Příklady složených výroků:

Výrok 1: *Silnice je mokrá nebo na silnici padají kapky.*

Výrok 2: *Silnice je mokrá nebo po ní stéká voda.*

Výrok 3: *Praha je hlavní město České republiky a Bratislava je hlavní město Slovenské republiky.*

Výrok 4: *Praha je hlavní město České republiky a Varšava je hlavní město Polska.*

Výrok 5: *Jestliže je silnice mokrá, pak na ní padají kapky.*

Výrok 6: *Na silnici nepadají kapky.*

Výrok 7: *Silnice je mokrá právě tehdy, když po ní stéká voda.*

PŘIPOMEŇTE SI, co jste se naučili o složeném a jednoduchém výroku.

Zaměříme se nyní na logickou formu těchto výroků. Jednoduché výroky jsou složeny ve výrok složený pomocí logických spojek, tzv. **větných operátorů**. Iterací i složené výroky jsou dále složené pomocí logických spojek ve složené výroky.

Určení pravdivostní hodnoty složeného výroku

Složený výrok může mít jednu ze dvou následujících podob.

Složený výrok = (výrok) (větný operátor) (výrok)

Složený výrok = (větný operátor) (výrok)

Příklad:

Na otázku, kde byl Petr odpoledne, můžeme slyšet odpověď jeho maminky (složený výrok)

(Petr se učil matematiku) nebo (Petr šel do kina).

Známe-li pravdivostní hodnoty jednoduchých výroků *Petr se učil matematiku*, *Petr šel do kina*, můžeme určit pravdivostní hodnotu složeného výroku s použitím větného operátoru (logické spojky) **nebo**.

Výrok: <i>Petr se učil matematiku</i>	je pravda	není pravda
Výrok: <i>Petr šel do kina</i>	není pravda	není pravda
	↓	↓
<i>(Petr se učil matematiku) nebo (Petr šel do kina)</i>	je pravda	není pravda

Ve výrokové logice nás nezajímá pravdivostní hodnota každého konkrétního jednoduchého výroku, ale tzv. **výroková forma**.

Výroková forma je výraz, který sám o sobě nemá pravdivostní hodnotu, protože místo konkrétních jednoduchých výroků obsahuje proměnné. (jako zápis funkce výrazem v matematice, jako košilka smlouvy, jako formulář, jako tabulka na internetu, kam dosazujete své údaje a ona vám zjišťuje např. zda máte nárok na půjčku či sociální dávku)

Příklad výrokové formy: **p nebo q (jiný zápis pomocí znaků: p v q)**

kde p,q jsou proměnné, za které je možné dosazovat konkrétní výroky a tím přiřazovat takto vzniklému složenému výroku pravdivostní hodnotu na základě znalosti pravdivostních hodnot výroků dosazených a znalosti použitého větného operátoru.

V podstatě jsme vytvořili funkci, která pravdivostním hodnotám dílčích výroků jednoznačně přiřazuje pravdivostní hodnotu celku (složeného výroku).

$F(p,q) \rightarrow \{ \text{pravda, nepravda} \}$

Funkce je princip vstupu a výstupu.

Vlastnosti logických funkcí

V předchozí kapitole jsme konstatovali, že smyslem oznamovacích vět (výroků) je nést informace. Podíváme se blíže na skládání informací a podmínky pravdivosti strukturované informace (složeného výroku).

Ve výrokové logice rozeznáváme 5 základních logických funkcí. Pomocí výroků a kombinace těchto typů funkcí vznikají složené výroky.

NEGACE

KONJUNKCE

DISJUNKCE

IMPLIKACE

EKVIVALENCE

Výrok : *Na silnici nepadají kapky.* (použití negace)

Výrok : *Silnice je mokrá a na silnici padají kapky.* (použití konjunkce)

Výrok : *Silnice je mokrá nebo po ní stéká voda.* (použití disjunkce)

Výrok : *Jestliže je silnice mokrá, pak na ní padají kapky.* (použití implikace)

Výrok : *Silnice je mokrá právě tehdy, když po ní stéká voda.* (použití ekvivalence)

Výrok : *Silnice je mokrá právě tehdy, když na silnici padají kapky nebo po ní stéká voda.* (použití ekvivalence a disjunkce)

Tabulka základních logických funkcí:

Větný operátor	Znak, symbol	Logická forma
ne	\neg (\sim , not)	$\neg p$ (funkce jedné proměnné)
a	\wedge (and, &)	$p \wedge q$ (funkce dvou proměnných)
nebo	\vee (or)	$p \vee q$ (funkce dvou proměnných)
jestliže, pak	\Rightarrow	$p \Rightarrow q$ (funkce dvou proměnných)
tehdy a jen tehdy, když	\Leftrightarrow (\equiv)	$p \Leftrightarrow q$ (funkce dvou proměnných)

Vlastnosti základních logických funkcí:

Název logické funkce: **NEGACE**

Označíme-li malým písmenem p proměnnou pro výrok.

Je negace funkce jedné proměnné $F(p) \rightarrow \{ \text{pravda, nepravda} \}$

Logická forma se označuje : $\neg p$

V přirozeném jazyce odpovídá konstrukci: **Není pravda, že** (výrok p).

Příklad použití negace ve složeném výroku:

p : Tento strom je vysoký. (výrok)

$\neg p$: Není pravda, že tento strom je vysoký. (složený výrok)

Je-li použita logická funkce jedné proměnné, jedná se o tuto podobu složeného výroku

Složený výrok = (větný operátor) (výrok)

Negaci lze vyjádřit ve větě více způsoby. Např.

Není pravda, že tento strom je vysoký.

Tento strom není vysoký.

Abychom ve větě rozeznali použité výroky a logické funkce a tím pádem logickou formu, využíváme již poznatky vztahující se k syntaxi i sémantice jazyka. Pracujeme s významy pojmů a použitých termínů. Definujeme nebo používáme obvyklé vztahy mezi použitými slovy a slovními spojeními. Např. věta *Soused spal v pondělí ve dne* a věta *soused nespal v pondělí v noci* vyjadřují stejnou logickou formu. Původní výrok *Soused spal v pondělí v noci*. Jeho negaci můžeme vyjádřit oběma způsoby výše uvedených vět. Za předpokladu, že den je pro nás opakem noci a s jinými stavy nepracujeme. A předpokládáme, že soused nemohl spát žádný den ve dne i v noci současně anebo být 24 hodin vzhůru.

Pro určení pravdivostní hodnoty složeného výroku je určující pravdivostní hodnota dílčího výroku a použitá logická funkce.

Dílčí výrok	Složený výrok
<i>Tento strom je vysoký.</i>	<i>Není pravda, že tento strom je vysoký.</i>
Pravda (1)	Nepravda (0)
Nepravda (0)	Pravda (1)

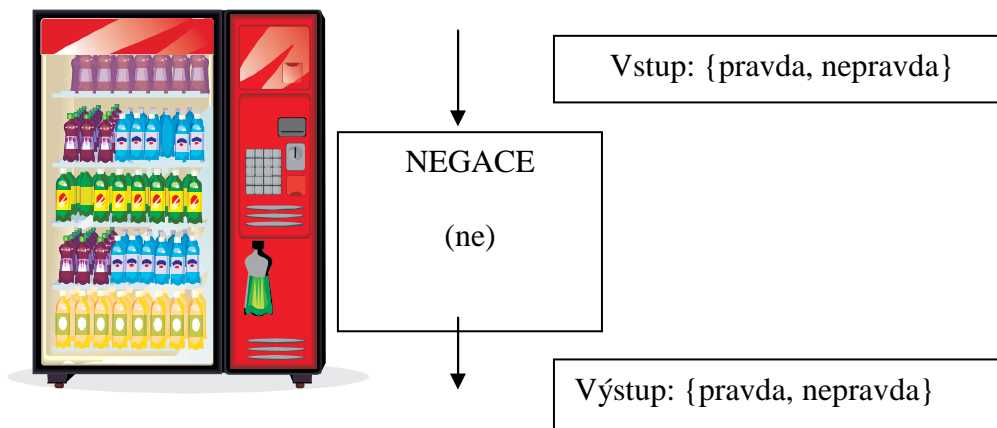
Tabulka pravdivostních hodnot NEGACE (pro logickou formu $\neg p$)

proměnná	hodnota funkce
p	$\neg p$
1	0
0	1

Je-li výrok dosazený za p pravdivý, je složený výrok **Není pravda, že p** výrokem nepravdivým, a je-li výrok dosazený za p nepravdivý, je složený výrok **Není pravda, že p** výrokem pravdivým.

Můžeme si logické funkce představovat jako určité automaty, podobné těm na kávu/bagety/cigarety či čaj. Něco do nich shora házíte (u automatu na kávu jsou to mince, u logické funkce jsou to pravdivostní hodnoty), dole něco vypadává (u automatu na kávu je to nápoj, u logické funkce je to jedna pravdivostní hodnota – buď pravda nebo nepravda).

Takto si můžeme představit automat „Negace“



Tato funkce tzv. otáčí pravdivostní hodnotu výroku.

Příklad: Výroky využívající negaci.

*Není pravda, že Eva byla včera doma. (stejná věta: **Eva nebyla včera doma.**)*

*Je nemožné to stihnout včas. (neboli **..Není pravda, že je možné to stihnout včas.**)*

Tu čokoládu nepřestanu jíst.

To jsi nevymyslel dobře.

Není pravda, že venku neprší.

(přidejte další příklady, запиšte různým způsobem negaci)

PŘIPOMĚŇTE SI, co jste se v českém jazyce naučili o vyjadřování opaku.

Název logické funkce: **KONJUNKCE**

Označíme-li malými písmeny p, q proměnné pro dílčí výroky.

Je konjunkce funkce dvou proměnných $F(p,q) \rightarrow \{ \text{pravda, nepravda} \}$

Logická forma se označuje: $p \wedge q$

V přirozeném jazyce odpovídá konstrukci:

(výrok p) **a** (výrok q),

Příklad použití konjunkce ve složeném výroku:

p : *Petr studuje střední školu.* (výrok 1)

q : *Petr se učí matematiku.* (výrok 2)

$p \wedge q$: *Petr studuje střední školu a Petr se učí matematiku.* (složený výrok)

Je-li použita logická funkce dvou proměnných, jedná se o tuto podobu složeného výroku

Složený výrok = (výrok) (větný operátor) (výrok)

Konjunkci lze vyjádřit ve větě více způsoby. Např.

Petr studuje střední školu a učí se matematiku.

Petr studuje střední školu a zároveň se Petr učí matematiku.

Petr studuje střední školu i se učí matematiku.

Petr studuje střední školu a současně se učí matematiku.

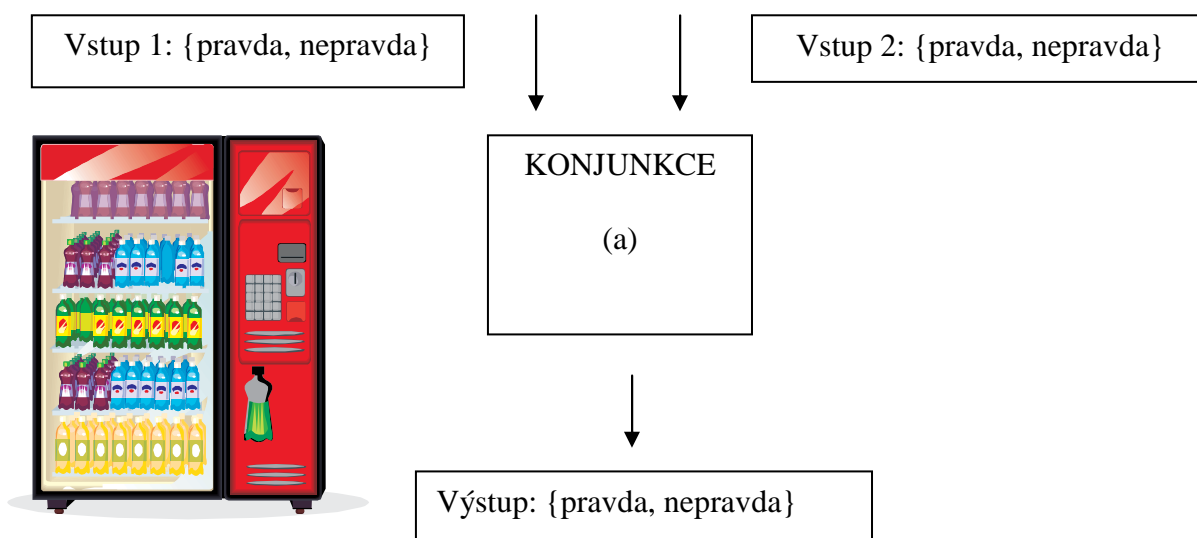
Pro určení pravdivostní hodnoty složeného výroku jsou určující pravdivostní hodnoty dílčích výroků a použitá logická funkce.

Dílčí výrok 1	Dílčí výrok 2	Složený výrok
<i>Petr studuje střední školu.</i>	<i>Petr se učí matematiku.</i>	<i>Petr studuje střední školu a Petr se učí matematiku.</i>
Pravda (1)	Pravda (1)	Pravda (1)
Pravda (1)	Nepravda (0)	Nepravda (0)
Nepravda (0)	Pravda (1)	Nepravda (0)
Nepravda (0)	Nepravda (0)	Nepravda (0)

Tabulka pravdivostních hodnot KONJUNKCE (pro logickou formu $p \wedge q$)

proměnná	proměnná	hodnota funkce
p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Představa konjunkce jako automatu:



Spojíme-li dva výroky pomocí spojky „a“, pak je pravdivost složeného výroku podmíněna pravdivostí obou jeho částí.

Příklad: Výroky využívající konjunkci.

Táta je na zahradě a zalévá záhony.

Jsem doma a píšu seminární práci.

Zamilovala jsem se a jsem šťastná.

Odešla jsem z práce a v pondělí nastupuji na nové místo.

Narodila se mi sestřička a bude se jmenovat Beáta.

Čas letí a kolega nemá hotový report.

(přidejte další příklady, запиšte různým způsobem konjunkci)

PŘIPOMEŇTE SI, co jste se v českém jazyce naučili o větných spojkách, které z nich podle Vás vyjadřují konjunktivní spojení?

Název logické funkce: **DISJUNKCE**

Označíme-li malými písmeny p, q proměnné pro dílčí výroky.

Je disjunkce funkce dvou proměnných $F(p,q) \rightarrow \{ \text{pravda, nepravda} \}$

Logická forma se označuje: $p \vee q$

V přirozeném jazyce odpovídá konstrukci: (výrok p) **nebo** (výrok q)

Příklad použití disjunkce ve složeném výroku:

p: *Vedoucí Petr Novák řídí direktivním způsobem.* (výrok 1)

q: *Vedoucí Petr Novák pro řízení používá delegování.* (výrok 2)

$p \vee q$: *Vedoucí Petr Novák řídí direktivním způsobem nebo vedoucí Petr Novák používá pro řízení delegování.* (složený výrok)

Je-li použita logická funkce dvou proměnných, jedná se o tuto podobu složeného výroku

Složený výrok = (výrok) (větný operátor) (výrok)

Disjunkci lze vyjádřit ve větě více způsoby. Např.

Vedoucí Petr Novák řídí direktivním způsobem nebo pro řízení používá delegování.

Vedoucí Petr Novák řídí direktivním způsobem či delegováním.

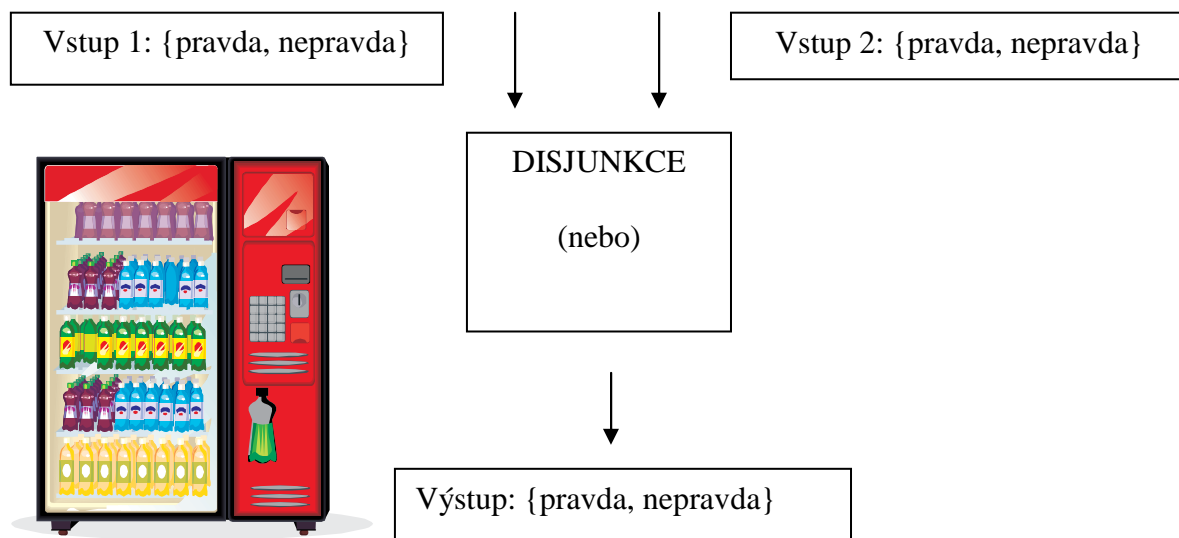
Pro určení pravdivostní hodnoty složeného výroku jsou určující pravdivostní hodnoty dílčích výroků a použitá logická funkce.

Dílčí výrok 1	Dílčí výrok 2	Složený výrok
<i>Vedoucí Petr Novák řídí direktivním způsobem.</i>	<i>Vedoucí Petr Novák pro řízení používá delegování.</i>	<i>Vedoucí Petr Novák řídí direktivním způsobem nebo vedoucí Petr Novák používá pro řízení delegování.</i>
Pravda (1)	Pravda (1)	Pravda (1)
Pravda (1)	Nepravda (0)	Pravda (1)
Nepravda (0)	Pravda (1)	Pravda (1)
Nepravda (0)	Nepravda (0)	Nepravda (0)

Tabulka pravdivostních hodnot DISJUNKCE (pro logickou formu $p \vee q$)

proměnná	proměnná	hodnota funkce
p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Představa disjunkce jako automatu:



Spojíme-li dva výroky pomocí spojky „nebo“, pak je pravdivost složeného výroku podmíněna pravdivostí alespoň jedné jeho části.

Nebo je zde použito ve významu jedno nebo druhé nebo obojí.

(POZNÁMKA: nebo ve významu vylučovacím / buď a nebo/ je vyjádřeno jinou logickou funkcí, tzv. **alternací** („buď-nebo“), později si ukážeme, že tuto funkci lze poskládat ze základních funkcí)

Příklad: Výroky využívající disjunkci.

Ty klíče jsem nechal u sousedů nebo je mám v bundě.

Zítra si obléknu sukni nebo kalhoty.

Ve čtvrtek jde sestra do školy nebo zůstane doma.

V pondělí či v úterý mi tu knihu vrátil.

Host si objednal kávu nebo čaj.

(přidejte další příklady, запиšte různým způsobem disjunkci)

PŘIPOMEŇTE SI, co jste se v českém jazyce naučili o větých spojkách, které z nich podle Vás vyjadřují disjunktivní spojení?

Konjunkce a disjunkce jsou opačné operátory. Zatímco konjunkce je tehdy a jen tehdy pravdivá, jsou-li pravdivé všechny její části, je disjunkce tehdy a jen tehdy nepravdivá, jsou-li nepravdivé všechny její části. Tomuto vztahu se říká **dualita**.

Vyjádření konjunktivního vztahu („a“) pomocí vztahu disjunktivního:

$$(p \wedge q) \equiv \neg(\neg p \vee \neg q)$$

Příklad:

Učitel při výkladu mluví a píše na tabuli.

je totéž jako když řekneme (je ekvivalentní, \equiv)

Není pravda, že učitel při výkladu nemluví nebo nepíše na tabuli.

Vyjádření disjunktivního vztahu („nebo“) pomocí vztahu konjunktivního:

$$(p \vee q) \equiv \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

Příklad:

Host si objednal kávu nebo čaj.

je totéž jako když řekneme (je ekvivalentní, \equiv)

Není pravda, že host si neobjednal kávu a zároveň si neobjednal čaj.

Vztah mezi konjunkcí a disjunkcí je znám jako De Morganův zákon.

Název logické funkce: **IMPLIKACE**

Označíme-li malými písmeny p, q proměnné pro dílčí výroky.

Je implikace funkce dvou proměnných $F(p,q) \rightarrow \{ \text{pravda, nepravda} \}$

Logická forma se označuje: $p \Rightarrow q$

V přirozeném jazyce odpovídá konstrukci: **Jestliže** (výrok p), **pak** (výrok q)

Příklad použití implikace ve složeném výroku:

p: *Petr byl v pondělí večer doma.* (výrok 1)

q: *Petr se v pondělí večer učil matematiku.* (výrok 2)

$p \Rightarrow q$: *Jestliže byl Petr v pondělí večer doma, pak se Petr učil matematiku.*
(složený výrok)

Je-li použita logická funkce dvou proměnných, jedná se o tuto podobu složeného výroku

Složený výrok = (výrok) (větný operátor) (výrok)

Implikaci lze vyjádřit ve větě více způsoby. Např.

Jestliže byl Petr v pondělí večer doma, potom se Petr učil matematiku.

Když byl Petr v pondělí večer doma, tak se Petr učil matematiku.

Petr se učil matematiku, protože byl v pondělí večer doma.

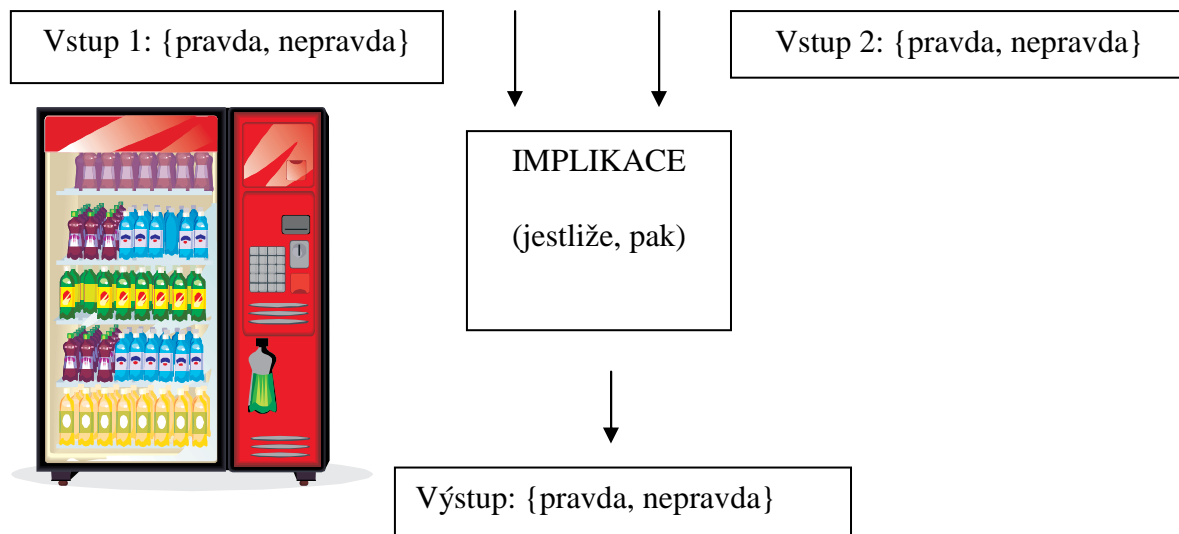
Pro určení pravdivostní hodnoty složeného výroku jsou určující pravdivostní hodnoty dílčích výroků a použitá logická funkce.

Dílčí výrok 1	Dílčí výrok 2	Složený výrok
<i>Petr byl v pondělí večer doma.</i>	<i>Petr se v pondělí večer učil matematiku.</i>	<i>Jestliže byl Petr v pondělí večer doma, pak se Petr učil matematiku.</i>
Pravda (1)	Pravda (1)	Pravda (1)
Pravda (1)	Nepravda (0)	Nepravda (0)
Nepravda (0)	Pravda (1)	Pravda (1)
Nepravda (0)	Nepravda (0)	Pravda (1)

Tabulka pravdivostních hodnot IMPLIKACE (pro logickou formu $p \Rightarrow q$)

proměnná	proměnná	hodnota funkce
p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Představa implikace jako automatu:



Spojíme-li dva výroky implikací (jednosměrné vyplývání) je složený výrok pravdivý vždy kromě situace, kdy první výrok byl pravdivý a druhý ne. Bylo tzv. porušeno přenášení pravdy.

Příklad: Výroky využívající implikaci.

Když máš hlad, tak si uvař večeři.

Jestli to všechno sníš, tak tě bude bolet břicho.

Když jsi tak chytrý, tak mi to ukaž.

Když vyhraji ve sportce, tak pojedeme na cestu kolem světa.

Jestliže má pracovník problém, tak se má svěřit svému nadřízenému.
(přidejte další příklady, запиšte různým způsobem implikaci)

PŘIPOMEŇTE SI, co jste se v českém jazyce naučili o větných spojkách, které z nich podle Vás vyjadřují implikační spojení?

Obecně si lze pod dílčími výroky ve složeném výroku implikace představit různé věty.

Například:

Jestliže tři plus pět je deset, pak pes má ocas.

Z pohledu výrokové logiky se jedná o výrok pravdivý. Ve skutečnosti ho však za zcela korektní při běžném hovoru považovat nebudeme. Proč? Např. proto, že nevěříme, že matematické operace, konkrétně sečtení dvou čísel, mají něco společného s popisem částí těla zvířete.

Pokud chceme, aby systém výrokové logiky adekvátně vyjadřoval strukturu jazyka přirozeného, budeme pomocí námi definované implikace spojovat pouze ty výroky, které spolu nějak souvisí nebo souviset mohou.

Frege používal např. vztah příčinnosti.

Když venku prší, pak je venku mokro. (oba výroky se vztahují k počasí, predikáty prší a je mokro musí mít něco společného)

Jestliže v květnu tohoto roku udělám maturitu, pak mohu od října tohoto roku studovat na VŠ. (oba výroky se vztahují ke studiu)

Název logické funkce: **EKVIVALENCE**

Označíme-li malými písmeny p, q proměnné pro dílčí výroky.

Je ekvivalence funkce dvou proměnných $F(p,q) \rightarrow \{ \text{pravda, nepravda} \}$

Logická forma se označuje: $p \Leftrightarrow q$

V přirozeném jazyce odpovídá konstrukci: (výrok p), **tehdy a jen tehdy, když** (výrok q)

Příklad použití ekvivalence ve složeném výroku:

p: *Výkon studenta u zkoušky je ohodnocen jedničkou.* (výrok 1)

q: *Student ovládá základy logiky.* (výrok 2)

$p \Leftrightarrow q$: *Výkon studenta u zkoušky je ohodnocen jedničkou, tedy a jen tehdy, když student ovládá základy logiky.* (složený výrok)

Je-li použita logická funkce dvou proměnných, jedná se o tuto podobu složeného výroku

Složený výrok = (výrok) (větný operátor) (výrok)

Ekvivalenci lze vyjádřit ve větě více způsoby. Např.

Výkon studenta u zkoušky je ohodnocen jedničkou, právě tehdy, když student ovládá základy logiky.

Výkon studenta u zkoušky je ohodnocen jedničkou, je to samé jako, když student ovládá základy logiky.

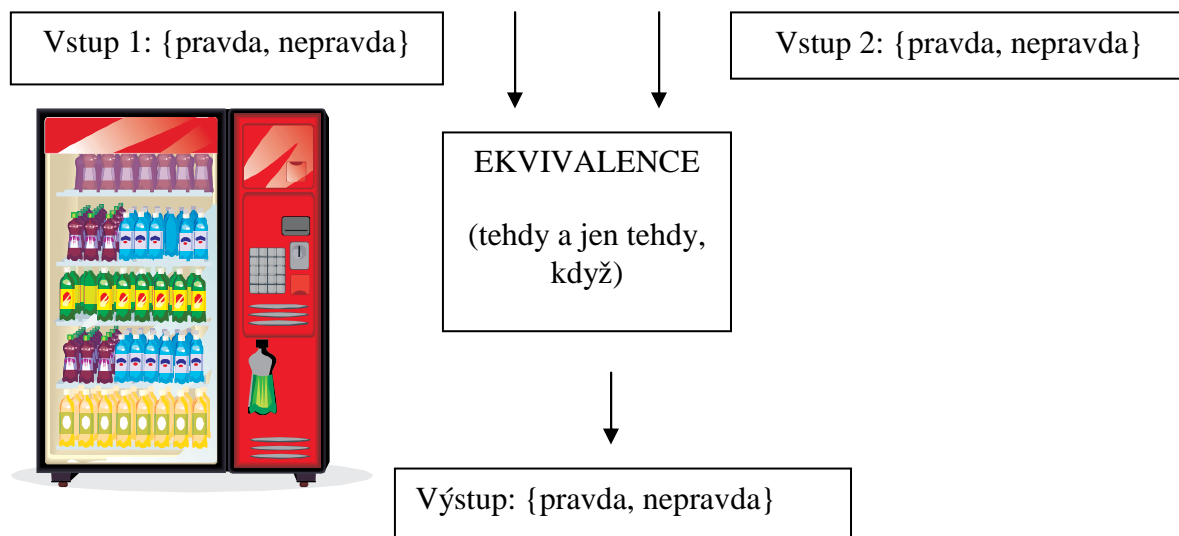
Pro určení pravdivostní hodnoty složeného výroku jsou určující pravdivostní hodnoty dílčích výroků a použitá logická funkce.

Dílčí výrok 1	Dílčí výrok 2	Složený výrok
<i>Výkon studenta u zkoušky je ohodnocen jedničkou.</i>	<i>Student ovládá základy logiky.</i>	<i>Výkon studenta u zkoušky je ohodnocen jedničkou, tedy a jen tehdy, když student ovládá základy logiky.</i>
Pravda (1)	Pravda (1)	Pravda (1)
Pravda (1)	Nepravda (0)	Nepravda (0)
Nepravda (0)	Pravda (1)	Nepravda (0)
Nepravda (0)	Nepravda (0)	Pravda (1)

Tabulka pravdivostních hodnot EKVIVALENCE (pro logickou formu $p \Leftrightarrow q$)

proměnná	proměnná	hodnota funkce
p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Představa ekvivalence jako automatu:



Spojíme-li dva výroky ekvivalencí, pak je složený výrok pravdivý, pokud nabývají dílčí výroky stejných pravdivostních hodnot, jsou oba současně pravdivé nebo oba současně nepravdivé.

Jedná se o tzv. rovnost v logice.

Příklad: Výroky využívající ekvivalenci.

Zazvonil telefon, právě tehdy, když jsem se koupala.

Kamarád onemocněl právě tehdy, když jsme měli jít do kina.

Je dobrý obchodník tehdy a jen tehdy, když splní obchodní plán na 100%.

Manžel usne právě tehdy, když jde v televizi zajímavý film.

Na úřadě mají otevřeno právě tehdy, když jsem v práci.

(přidejte další příklady, запиšte různým způsobem ekvivalenci)

PŘIPOMEŇTE SI, co jste se v českém jazyce naučili o větných spojkách, které z nich podle Vás vyjadřují ekvivalenční spojení?

Vyjádření ekvivalence („tehdy a jen tehdy, když“) pomocí implikace a konjunkce:

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

Příklad:

Je dobrý obchodník tehdy a jen tehdy, když splní obchodní plán na 100%.

je totéž jako když řekneme (je ekvivalentní, \equiv)

Jestliže je dobrý obchodník, pak splní obchodní plán na 100%, a zároveň jestliže splní obchodní plán na 100%, pak je dobrý obchodník.

Pomocí pěti základních funkcí se dají vytvářet další funkce vyjadřující logickou formu mnoha různých složených výroků. Mezi hodně známé složené výroky patří ty, kterým se říká ALTERNACE (alternující – neboli střídavý výrok)

Vyjádření ALTERNACE („bud’ - nebo“). Této logické funkci se někdy říká **vylučovací nebo**.

Bud’ přinese deset nových smluv nebo opustí tuto práci.

Dílčí výrok 1	Dílčí výrok 2	Složený výrok
<i>Přinese deset nových smluv.</i>	<i>Opustí tuto práci.</i>	<i>Bud’ přinese deset nových smluv nebo opustí tuto práci.</i>
Pravda (1)	Pravda (1)	Nepravda (0)
Pravda (1)	Nepravda (0)	Pravda (1)
Nepravda (0)	Pravda (1)	Pravda (1)
Nepravda (0)	Nepravda (0)	Nepravda (0)

Logická forma ALTERNACE: $\neg (p \Leftrightarrow q)$

Vyjádření alternace („bud’ - nebo“) pomocí konjunkce, disjunkce a negace:

$$\neg (p \Leftrightarrow q) \equiv (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$$

Příklad:

Bud’ přinese deset nových smluv nebo opustí tuto práci.

je totéž jako když řekneme (je ekvivalentní, \equiv)

Přinese deset nových smluv nebo opustí tuto práci a zároveň není pravda, že přinese deset nových smluv a zároveň opustí práci.

Vztah mezi implikací a konjunkcí:

$$(p \Rightarrow q) \equiv \neg(p \wedge \neg q)$$

$$(p \wedge q) \equiv \neg(p \Rightarrow \neg q)$$

Aplikace teorie do praxe

Příklad:

Zapište logickou formu (formuli) pro daný výrok

Výrok: Řidič neposlouchá pokyny z navigace.

Řešení:

p Řidič poslouchá pokyny z navigace.

Logická forma výroku „Řidič neposlouchá pokyny z navigace“ $\neg p$

Příklad:

Zapište logickou formu (formuli) pro daný výrok

Výrok: Konzultace se budou konat v pondělí nebo ve středu od 14 hodin.

Řešení:

p Konzultace se budou konat v pondělí od 14 hodin.

q ... Konzultace se budou konat ve středu od 14 hodin.

Logická forma výroku „Konzultace se budou konat v pondělí nebo ve středu od 14 hodin.“

..... $p \vee q$

Další příklady:

Zapište logickou formu (formuli) pro daný výrok

Výrok: E-learningový kurz je povinný pro řadové zaměstnance a zároveň pro vybrané vedoucí pracovníky.


Výrok: Nedokázal jsem včas odstranit všechny nedodělky.


Výrok: Pokud budou dodrženy veškeré bezpečnostní pokyny, můžete přístroj odpojit od zdroje.


Výrok: Zpěvačky jsou úspěšné právě tehdy, když jsou hezké.


Výrok: Finanční závazky zaniknou jen tehdy, jsou-li řádně a včas zaplacený.


Kontrolní otázky a cvičení

 Vysvětlete pojem výroková logika.

 Co je to jednoduchý výrok. Co je to složený výrok. Uveďte příklady.

 Co je to pravdivostní hodnota (k čemu se vztahuje, na čem závisí).

 Co je to logická forma.

 Jaké základní logické spojky ve složených výrocích používáme, jak ovlivňují pravdivostní hodnotu výroku.